

教科書完全マスターシリーズ

じっくり読むだけで，教科書のすべてが分かる！！

あしたの数学！

Math for Tomorrow !

中 2

第6章 確率



考える学習をすすめる会

あさひ学習自由区 塾長 石田 和彦 著

考える学習をすすめる会

<http://kangaeru.org>

は・じ・め・に

本シリーズは、その名の通り教科書を完全にマスターすることを目的とした、**基本重視**のテキストです。市販の解説書・参考書にくらべて、**圧倒的に分かりやすく**いねいな説明に心がけ、**じっくり読むだけで教科書のすべてが分かる** **自習用テキスト**を**めざ**しました。

もちろん、考える学習をすすめる会のテキストですから、丸暗記やパターン練習ではなく、用語の意味の理解・公式や定理の成り立ちの理解・解き方よりも**考え方の理解**を重視しました。基本テキストでありながら、本物の数学力を養うことができます。

筆者 KAZU としては、特に次のような諸君にこのテキストを活用していただきたいと思っています。

数学はニガテだしキライ。でもできれば何とかしたい思っている人。

基礎からやり直したいけど、教科書を読んでもよく分からない人。

学校での進度に関係なく、自分でドンドン予習を進めたい人。

「キミたちがあしたのために、数学の勉強に本格的に取り組んでくれば、やがて希望に満ちた未来へと道がひらける・・・」。そんな**思い**から、このテキストに**あしたの数学!**というタイトルをつけました。

Math for tomorrow! 明るいあしたのために。さあ、いっしょに始めましょう!!

このテキストの使い方

用語の意味，考え方・解き方を1つ1つ確認しながら，**ゆっくり・じっくり**読んでください。**拾い読み・飛ばし読みは禁物**です。

最低でも**2回は繰り返して**読んでください。**1回読んだだけではすべて理解できれば誰も苦労しませんよ。**

例と例題は，別の紙に書き写したり，解答・解説部分を隠したりして，**必ず自分でも解いてみましょう。**

このテキストは解説中心のため，**練習問題が収録されていません**。本書で理解したことからを確認するため，手持ちの教科書用ワークブックなどを使って**問題を解いてみましょう。**

このように使いこなせば，教科書範囲が指定された公立中学定期テストにおいて，**悪い点数は取りたくても(?)取れなくなります!**「平均点にとどかない」と嘆いていた諸君は**楽勝で平均突破**を。平均点前後で伸び悩んでいた諸君は**70~80%の得点を目指して**がんばってください!

本シリーズで十分な基礎を身につけたなら，ウロコ先生の**目からウロコの数学講座シリーズ**へとステップアップしてください。トップクラスは目の前です!!

目 次

| | |
|------------------------|----------|
| 1 . 場合の数の求め方 | P1 ~ 12 |
| 2 . 確率とは? | P12 ~ 16 |
| 3 . 確率の求め方 (1) | P17 ~ 21 |
| 4 . 確率の求め方 (2) | P22 ~ 28 |
| 5 . 玉を取り出す問題 | P29 ~ 31 |
| 6 . カード並べの問題 | P32 ~ 33 |
| 7 . さいころ2 個の問題 | P34 ~ 40 |
| 補 . 起こらない確率 | P41 ~ 44 |

1 . 場合の数の求め方

この単元の主役「^{かくりつ}確率」に入る前に、「^{ばあい}場合の数」について理解を深めておきましょう。「場合の数って何だ」って？ あることがらの^{おこりかた}起こり方が、**全部で何通りあるのか**ってゆーこと。例えば、「**5人の生徒の中から2人の委員を選ぶとき、選び方は何通りあるか**」のように。

ダブったりもれがあつたりしないように、**キチンと数え上げないと、確率を正しく求めることができない**。マア、これって、昔^{むかし}は小6の算数で扱^{あつか}っていた内容だから、^{むずか}難しくはないよ。気楽に始めようぜ！！

(1) 並べる・・・順番に列を作る

いきなり問題です。キミなら、どう考えるか？

アイ子、イン子、ウサ子、エミ子の4人の「アイドルの^{たまご}卵」の中から2人を選んで、ユニットを^{けっせい}結成することになった。1人をヴォーカル、もう1人をギターと決めるとき、決め方は全部で何通りあるか。

サイアクなのは、**思いついたままに書き並べていく**方法。こんなことしたら、

ダブリ(同じものを2つ以上)があっても気づけない！

もれ(見落とし)があっても気づけない！

どこまでさがせば「終わり」なのかわからない！

と、な～んにもいいことがない。

そこで、だ。順序よく整理して数え上げるために、**樹形図**（じゅけいず）を使おう！ 樹形図とは、「**樹木**（じゅもく）が**枝分かれ**（えだわ）したような**形の図**」のこと。かき方は以下のように。

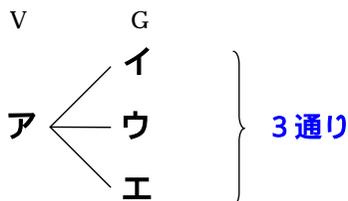
1. 最初(この場合はヴォーカル)を誰・何から始めるか決める。

フツーは「アイ子」から。「アイ子」と全部書くのは**面倒**（めんどう）なので、「ア」とだけ書いておけばよい(あとの3人も同様)。

2. 次(この場合はギター)に誰・何が来れるか、すべて書き並べる。

ココから「枝分かれ」が始まる。

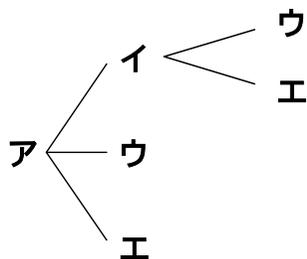
ヴォーカル(V)を「アイ子」と決めた場合、ギター(G)の候補は「イン子」、**「ウサ子」**、「エミ子」のいずれか。「ア」から3本、枝分かれさせよう。



この問題だと枝分かれはココまで。**枝の数**から、ヴォーカルを「アイ子」と決めた場合、**3通り**の選び方があることがわかる。

3. 分かれた枝から次の枝を出す。これを最後まで続ける。

もし、「3人選んで…」なんてときは、



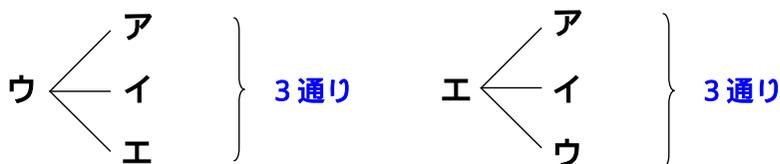
…のように、枝分かれが続くからね。

4 . 2人目(2つ目)以降も同じように。これを最後まで。

今度は、最初(ヴォーカル)をイン子に決めて、同じように。



以下、「ウサ子」、「エミ子」を最初にした場合を調べると、



となり、これで、**ダブリやもれがなく、カンペキに数え上げることができたね!** その結果、

$$3 \text{ (通り)} \times 4 \text{ (人分)} = \mathbf{12 \text{ 通り}}$$

気づいた人もいると思うが、単に「**全部で何通りあるかを求めるだけ**」なら、上のイ～エの樹形図は必要ない。最初が「アイ子の場合」だけ書き出しておけばよい。あとは**同じものが4つある**(最初にくる人が代わるだけでやることは同じ)から、人数分を掛けて、いきなり $3 \times 4 = 12$ 通りとしてもかまわないよ。

ただし、確率を求める問題では、**手抜きは禁物**。条件に当てはまるかどうか、1つ1つの枝をチェックする必要があるから。

このように、**順に列**を作って並べるタイプの「場合の数」を、**順列**という。何か**順番**を付けて**並べる問題**では、**順列**を使うからね。

[例題 1]

A, B, C, D の 4 人がリレーで走る順番を決めるとき、次の問いに答えなさい。

A を第 1 走者とするとき、4 人の走る順番は何通りあるか。

4 人の走る順番は、全部で何通りあるか。

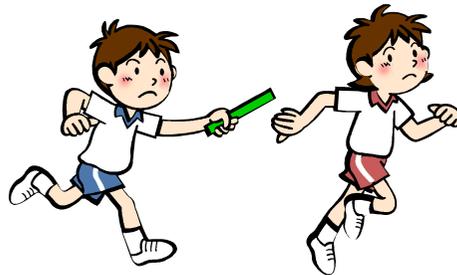
第 1 走者を A か B に決めると、4 人の走る順番は、全部で何通りあるか。

コーチ！

必ず、2 ページのような樹形図をかくこと！！

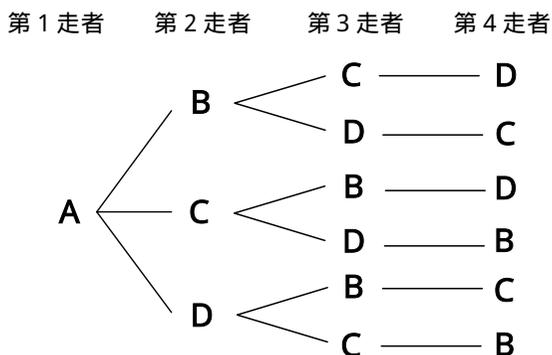
「全部で何通りあるかを求めるだけ」だから、すべての樹形図をかく必要はない！！

「第 1 走者を A か B」ってどーゆーことか、考えてみよう！！



[解]

A を第 1 走者とするとき、



となり、A を第 1 走者とする選び方は、全部で **6 通り**。

B ~ D のそれぞれを第 1 走者とした樹形図をかいてもよいが、B, C, D が第 1 走者のときも、同様、それぞれ 6 通りずつあるから、

$$6 \text{ (通り)} \times 4 \text{ (人分)} = \mathbf{24 \text{ 通り}}$$

第 1 走者が A の場合は、 で求めた 6 通り、
第 1 走者が B の場合も、同じように 6 通り。

「第 1 走者が A か B」ということは、「A または B、どっちでもいい」ということ。

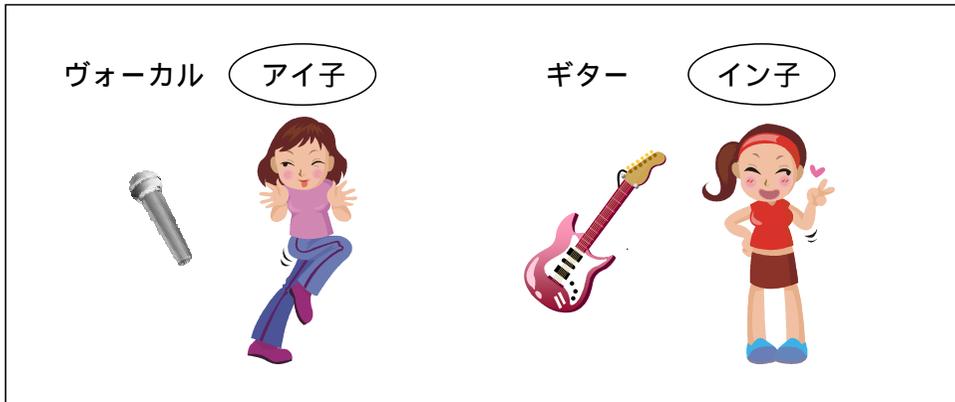
$$\text{よって、} 6 \text{ (通り)} \times 2 \text{ (人分)} = \mathbf{12 \text{ 通り}}$$

(2) 組を作るだけ

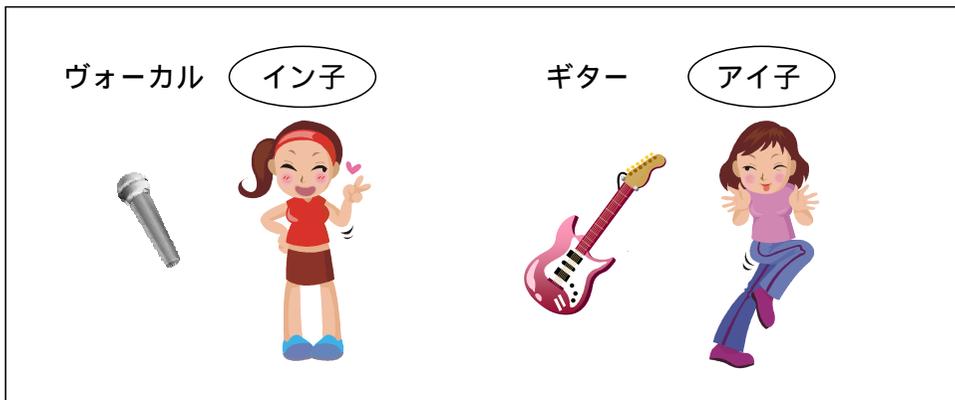
次の問題。1 ページのものと同じがどう違うだろう？

アイ子，イン子，ウサ子，エミ子の4人の「アイドルの^{たまご}卵」の中から2人を選んで，ユニットを^{けっせい}結成するとき，決め方は全部で何通りあるか。

「2人を選ぶ」という点では同じだけど，この問題では，単に^{たん}組を作るだけ。1 ページでは，ヴォーカル・ギターとパートが決まっていたから，



と



は，別のモノ(2通り)として扱った。

けど、**組を作るだけ**なら、

アイ子 & イン子 も イン子 & アイ子 も



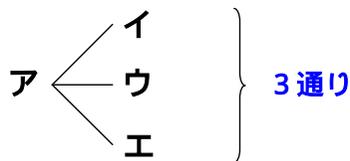
同じユニットではないか！！ だとしたら、順列のときと、樹形図のかき方はどう変わるんだろうか・・・？。

1 . 最初を誰・何から始めるか決める。

1 ページのようにパートが決まっているわけではないが、順列のときと同じく、最初は「アイ子」としておこう。

2 . 次に誰・何が来れるか、すべて書き並べる。

「アイ子」から、「イン子」、「ウサ子」、「エミ子」へと3本、枝分かれさせる。ここまでは、順列のときと変わらない。

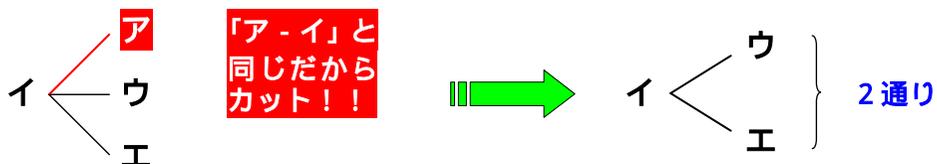


3. 2人目(2つ目)以降, ダブリをカットしながら最後まで。

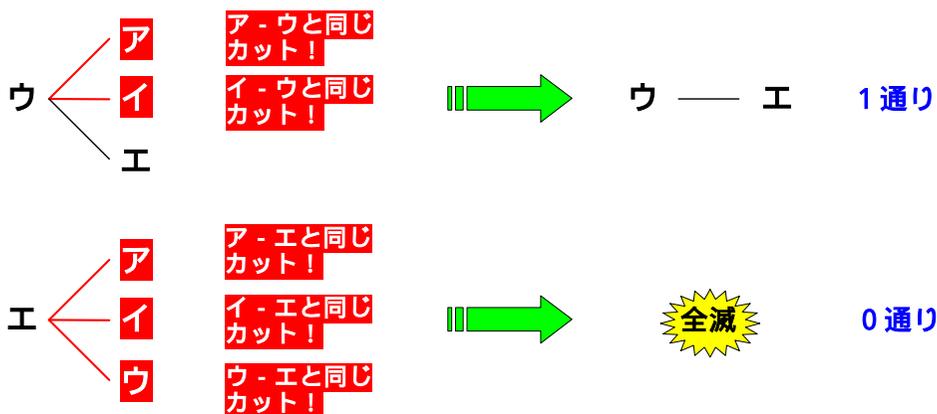
次に, 最初をイン子に決めるが, ここで**注意!!**

1本目の枝「イ-ア」は, 7ページの「ア-イ」と同じ組ではないか!!

コイツは, **ダブリと見なして, カットしてしまう。**



このように, ダブリをどんどんカットしていくので, 「組が全部で何通りあるか」を求めるとき, 樹形図は最後まで書かなければならない!

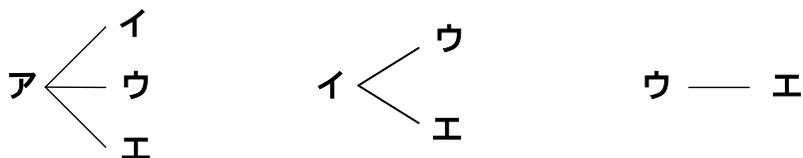


2人目(2つ目)以降, 必ずダブリが生しょうじるから,

ダブリをカットしていくと, 1通りずつ減っていく。

最後(この場合はエミ子)はすべてがダブリとなるので, 樹形図を書く必要がない。

ことがわかるよね。その結果,



$$3 \text{ (通り)} + 2 \text{ (通り)} + 1 \text{ (通り)} = \mathbf{6 \text{ 通り}}$$

このように、「AとB」、「BとA」の順序を^{むし}無視して、ただ組をつくるだけの「場合の数」を、**組み合わせ**という。

「順列」が数学用語(ジツは高1で登場する)であるのに対し、「組み合わせ」は、ふだんの生活の中でフツーに使われている言葉だ。よ～く意味を理解しておこうね。

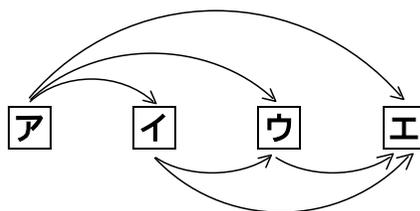
ところで。

教科書などでは、組み合わせの求め方として次のような方法が載っている。よせばいいのに…。

表

| | ア | イ | ウ | エ |
|---|---|---|---|---|
| ア | | | | |
| イ | | | | |
| ウ | | | | |
| エ | | | | |

図



書き並べ

{ア, イ} {ア, ウ} {ア, エ}
 {イ, ウ} {イ, エ}
 {ウ, エ}

「解き方」や「考え方」が何通りもあるのなら、それぞれを比較・検討する価値があるが、これって、書き表し方が違うだけじゃん。こんなものをたくさん示されて、迷ったり混乱したりするのはナンセンス。こいつら、すべて無視して**樹形図オンリー**でいこう！！ 他のやり方は、

表 …… 書くのに手間が掛かるうえ、「2つを選ぶとき」しか使えない！

図 …… 矢印が飛び交ってゴチャゴチャする。特に「3つ(以上)を選ぶとき」にこれをやると、泣きたいくらい見づらくなる。

書き並べ …… 見た目はシンプルだが、実際に書いてみると意外に面倒。「{}(中カッコ)」をたくさん書くのでイヤになる(笑)。

ちょっと強引だったかな？ でもね。これらをオススメしない最大の理由は、**中学レベルの問題なら、すべて樹形図で解けるから**。問題によって使うアイテムを変える理由なんて、どこにもない！

[例題 2]

次の問いに答えなさい。

A, B, C, D, E の 5 人から 2 人の委員を選ぶとき、選び方は何通りあるか。

A, B, C, D の 4 冊の本から 3 冊の本を選ぶとき、選び方は何通りあるか。



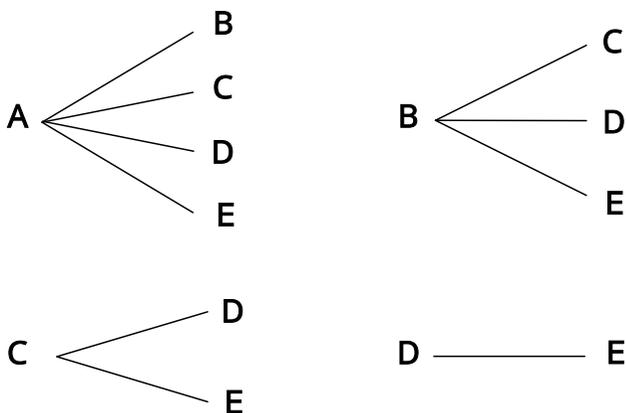
コーチ！

も も「組を作るだけ」だよ。並べるわけじゃないからね。9 ページの
ような表や図に頼らず、樹形図をかいて求めよう！！

は「3つを選ぶ」場合。「2つのとき」(7~8 ページ)とは違い、1 人目の
段階でダブリカットが始まるので注意！！

[解]

1 人目を A として樹形図をかくと、下のようになる。

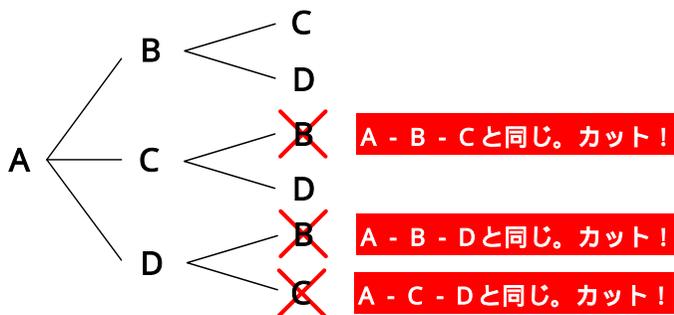


よって、

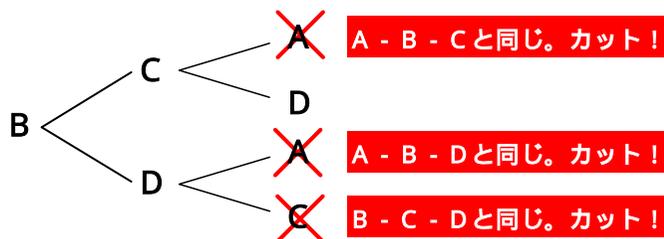
$$4 \text{ (通り)} + 3 \text{ (通り)} + 2 \text{ (通り)} + 1 \text{ (通り)} = \mathbf{10 \text{ 通り}}$$

上の樹形図は、最初からダブリをカットしたもの。9 ページのもの
とともに、「組み合わせ用」樹形図の典型である。

最初を A とすると，



次に，最初を B とすると(B - Aはあらかじめカットしてある)，



残りの C, D で始まる樹形図は，すべてココまでのダブリとなるので，かく必要がない。

よって，全部で **4通り**。

無料ダウンロード版はココまでです。続きは有料版をごらんください。